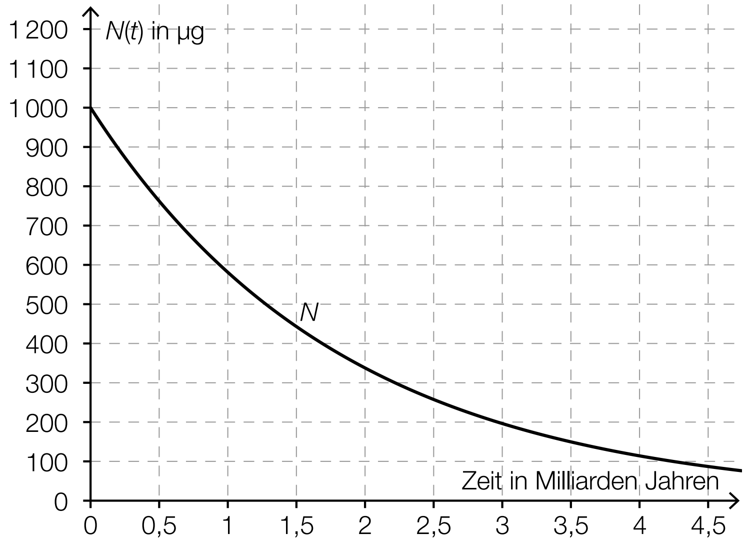
a) Zur Altersbestimmung von Gestein kann ein bestimmtes radioaktives Kalium-Isotop verwendet werden. Der radioaktive Zerfall kann dabei näherungsweise durch eine Exponentialfunktion N beschrieben werden. Der Graph dieser Funktion ist in der nachstehenden Abbildung dargestellt.



t ... Zeit in Milliarden Jahren
$N(t)$ ... Masse der noch nicht zerfallenen Kalium-Atome zur Zeit t in Mikrogramm (µg)

– Lesen Sie aus der obigen Abbildung die Halbwertszeit ab. (R)
– Stellen Sie eine Gleichung der Funktion N auf. (A, B)

<u>Möglicher Lösungsweg:</u>

(R): Die Halbwertszeit beträgt rund 1,3 Milliarden Jahre.
Toleranzbereich: [1,2; 1,4]

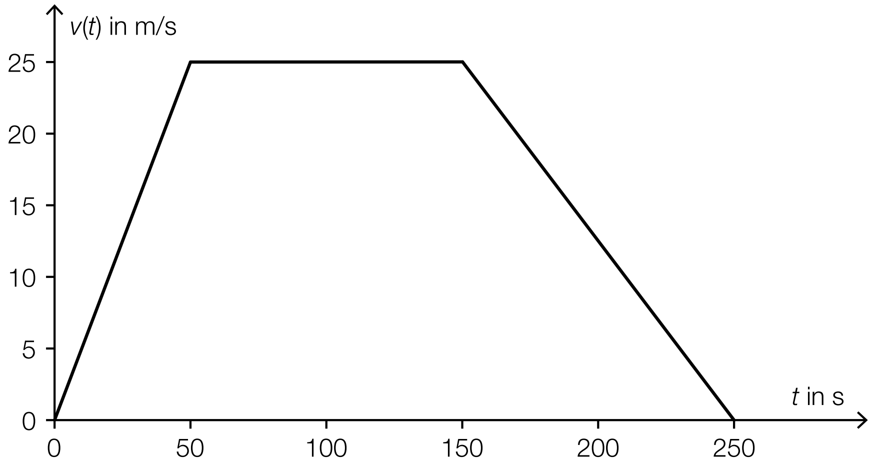
(A, B): $N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$

$N_0 = N(0) = 1\,000$

$N(3) = 200 \Rightarrow 200 = 1\,000 \cdot e^{-\lambda \cdot 3}$

Lösen der Gleichung mittels Technologieeinsatz:
$\lambda = 0{,}53647... \approx 0{,}5365$
$N(t) = 1\,000 \cdot e^{-0{,}5365 \cdot t}$

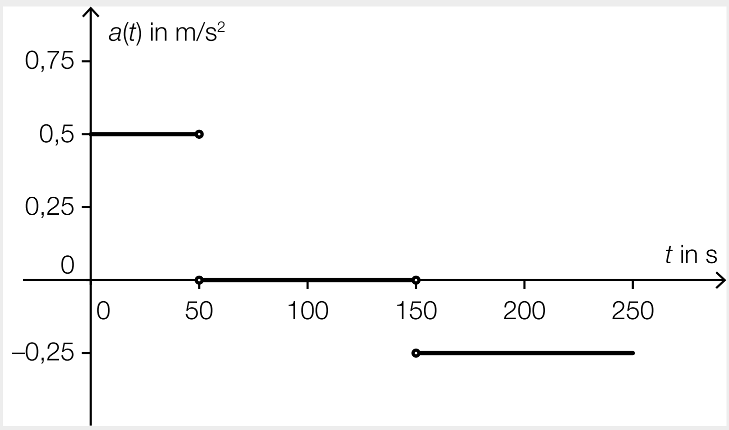
b) Die nachstehende Grafik zeigt ein vereinfachtes Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm eines Zuges zwischen 2 Stationen.



– Erstellen Sie das zugehörige Beschleunigung-Zeit-Diagramm. (A)
– Bestimmen Sie die vom Zug zwischen den beiden Stationen zurückgelegte Strecke. (A, B)

<u>Möglicher Lösungsweg:</u>

(A): Beschleunigung-Zeit-Diagramm:

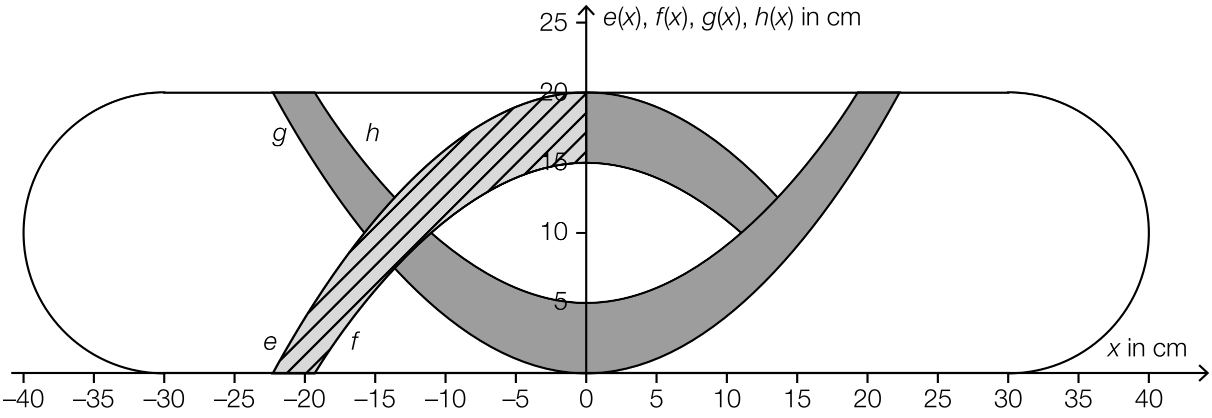


(A, B): Flächeninhalt unter dem Graphen:

$$\frac{25 \cdot 50}{2} + 25 \cdot 100 + \frac{25 \cdot 100}{2} = 4375$$

Die zurückgelegte Strecke beträgt 4375 m.

c) Der Entwurf für das Ornament auf einem Skateboard wird in einem Koordinatensystem dargestellt:



Die markierten Farbflächen werden durch die Ränder des Skateboards und die Graphen folgender quadratischer Funktionen begrenzt:

Funktion e mit $e(x) = -0{,}04 \cdot x^2 + 20$
Funktion f mit $f(x) = -0{,}04 \cdot x^2 + 15$
Funktion h mit $h(x) = 0{,}04 \cdot x^2 + 5$

x ... horizontale Koordinate in Zentimetern (cm)
$e(x)$, $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$ ... vertikale Koordinate in cm

Der Graph der Funktion g entsteht durch Verschiebung des Graphen der Funktion h entlang der vertikalen Achse.

– Stellen Sie eine Gleichung der Funktion g auf. (A)
– Berechnen Sie die Koordinaten der beiden Schnittpunkte der Graphen der Funktionen e und h. (B)
– Berechnen Sie den Inhalt der schraffierten Fläche. (B)

Möglicher Lösungsweg:

(A): $g(x) = 0{,}04 \cdot x^2$

(B): Gleichsetzen der Funktionsgleichungen:

$e(x) = h(x)$

$-0{,}04 \cdot x^2 + 20 = 0{,}04 \cdot x^2 + 5$

$x_1 = 13{,}69...$

$x_2 = -13{,}69...$

$e(13{,}69...) = 12{,}5$

$e(-13{,}69...) = 12{,}5$

Die Schnittpunkte haben ungefähr die Koordinaten $(13{,}7|12{,}5)$ und $(-13{,}7|12{,}5)$.

(B): Nullstelle der Funktion e: $x_e = -22{,}36...$

Nullstelle der Funktion f: $x_f = -19{,}36...$

$$A = \int_{-22{,}36}^{-19{,}36} e(x)\,\mathrm{d}x + \int_{-19{,}36}^{0} [e(x) - f(x)]\,\mathrm{d}x = 104{,}49...$$

Der Flächeninhalt beträgt rund $104{,}5\ \text{cm}^2$.