a) Auf einem Schuldach müssen Wartungsarbeiten durchgeführt werden.
Das Mobiltelefon eines Arbeiters fällt vom Schuldach in den Schulhof. Die jeweilige Höhe des Mobiltelefons über dem Schulhof zur Zeit t kann näherungsweise durch die Funktion h beschrieben werden:

$h(t) = 25 - 5 \cdot t^2$ mit $t \geq 0$

t ... Fallzeit in Sekunden (s)
$h(t)$ ... Höhe des Mobiltelefons über dem Schulhof zur Zeit t in Metern (m)

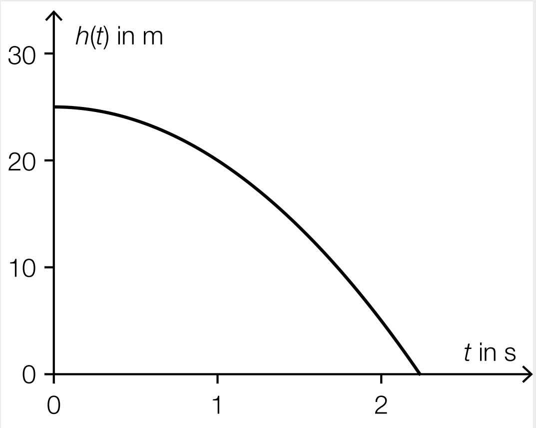
– Berechnen Sie die Zeit bis zum Aufprall des Mobiltelefons im Schulhof. (A, B)
– Zeichnen Sie den Graphen dieser Funktion in einem sinnvollen Definitionsbereich. (B)

Möglicher Lösungsweg:

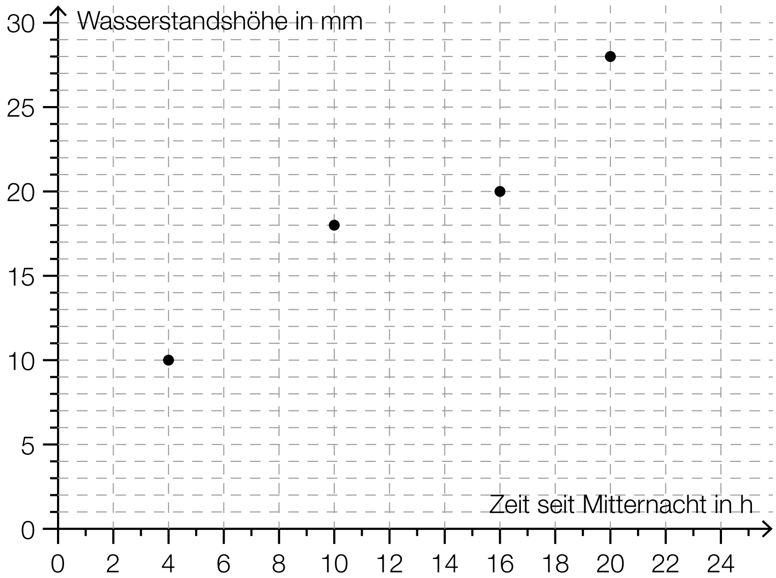
(A, B): $0 = 25 - 5 \cdot t^2$
$t = 2{,}236... \approx 2{,}24$

Nach rund 2,24 Sekunden trifft das Mobiltelefon im Schulhof auf.

(B):



b) Im nachstehenden Diagramm sind 4 unterschiedliche Wasserstandshöhen in einem Regenmesser im Laufe eines Tages dargestellt.



– Ermitteln Sie die mittlere Änderungsrate der Wasserstandshöhe zwischen 4:00 Uhr und 16:00 Uhr. (B)

Die Abhängigkeit der Wasserstandshöhe von der Zeit seit Mitternacht kann im Zeitintervall [4; 20] mithilfe einer Polynomfunktion 3. Grades *h* beschrieben werden.

– Stellen Sie eine Funktionsgleichung von *h* auf. (A, B)

Möglicher Lösungsweg:

(B): $\frac{20-10}{16-4} = 0{,}83... \approx 0{,}8$

(A, B): $h(t) = a \cdot t^3 + b \cdot t^2 + c \cdot t + d$

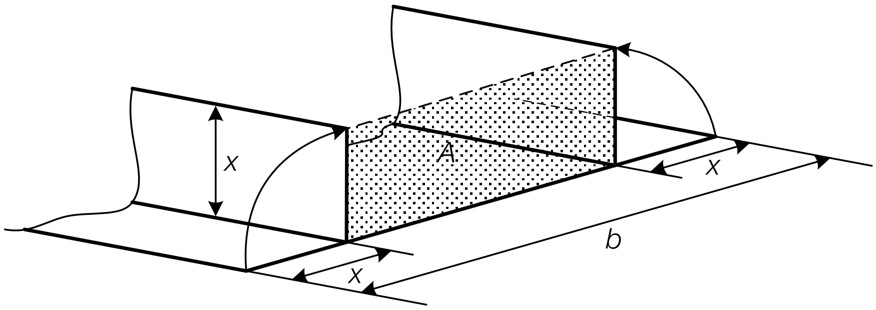
$h(4) = 10$ $\quad h(10) = 18$ $\quad h(16) = 20$ $\quad h(20) = 28$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$a = \frac{1}{64}$ $\quad b = -\frac{53}{96}$ $\quad c = \frac{53}{8}$ $\quad d = -\frac{26}{3}$

$h(t) \approx 0{,}015625 \cdot t^3 - 0{,}55208 \cdot t^2 + 6{,}6250 \cdot t - 8{,}6667$

c) Aus einem Blechstreifen mit der Breite b soll eine Rinne mit einer rechteckigen Querschnittsfläche gebogen werden (siehe nachstehende Skizze).



– Stellen Sie eine Formel für den Flächeninhalt A dieser Querschnittsfläche auf, die nur b und x enthält. (A)

$A =$ ____

Der Flächeninhalt der Querschnittsfläche kann für $b = 50$ cm in Abhängigkeit von x durch die Funktion f beschrieben werden:

$f(x) = 2 \cdot x \cdot (25 - x)$ mit $0 \leq x \leq 25$

x … Höhe in Zentimetern (cm)
$f(x)$ … Flächeninhalt der Querschnittsfläche bei einer Höhe x in cm²

– Berechnen Sie diejenige Höhe, die zu einem maximalen Flächeninhalt der Querschnittsfläche führt. (B)
– Zeigen Sie mithilfe der 2. Ableitung, dass für diese berechnete Höhe der Flächeninhalt der Querschnittsfläche maximal sein muss. (R)

<u>Möglicher Lösungsweg:</u>

(A): $A = (b - 2 \cdot x) \cdot x$

(B): $f'(x) = 0$
$50 - 4 \cdot x = 0$
$x_{max} = 12{,}5$ cm

(R): $f''(x) = -4 < 0$

Da die Funktionswerte der 2. Ableitung f'' stets negativ sind, handelt es sich um ein Maximum.