a) Eine Propellerkanone für die Herstellung von Kunstschnee hat bei einer Temperatur von –3 °C eine Schneeleistung von 10 Kubikmetern pro Stunde (m^3/h), bei einer Temperatur von –10 °C eine Schneeleistung von 59 m^3/h.

Die Schneeleistung der Propellerkanone in Abhängigkeit von der Temperatur kann näherungsweise durch eine lineare Funktion beschrieben werden.

– Stellen Sie eine Gleichung dieser linearen Funktion auf. (A)
– Zeichnen Sie den Graphen dieser Funktion im Intervall [–10; –2]. (B)
– Interpretieren Sie die Bedeutung der Steigung dieser linearen Funktion im gegebenen Sachzusammenhang. (R)

<u>Möglicher Lösungsweg:</u>

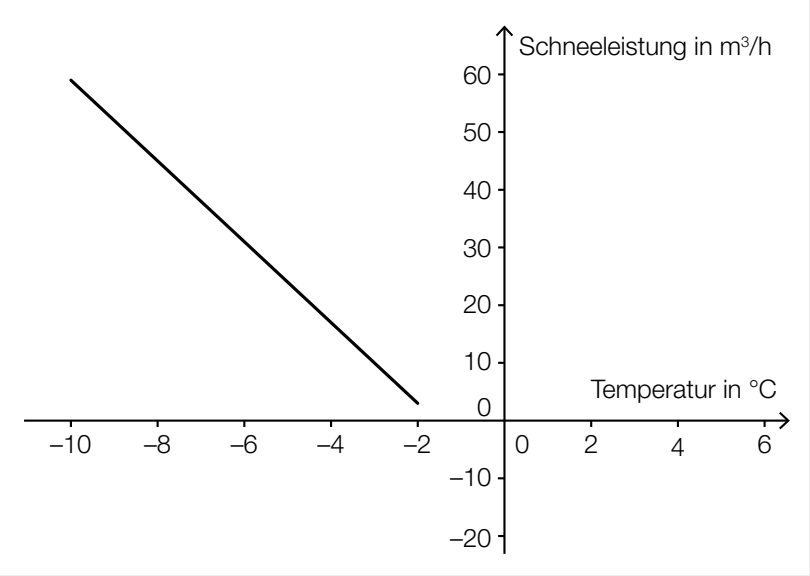
(A): $f(x) = k \cdot x + d$

x ... Temperatur in °C
$f(x)$ ... Schneeleistung bei einer Temperatur x in m^3/h

$$k = \frac{59 - 10}{-10 + 3} = \frac{49}{-7} = -7$$

$d = 10 - (-7) \cdot (-3) = -11$
$f(x) = -7 \cdot x - 11$

(B):



(R): Die Steigung gibt in diesem Fall die Abnahme der Schneeleistung in m^3/h bei einer Zunahme der Außentemperatur um 1 °C an.

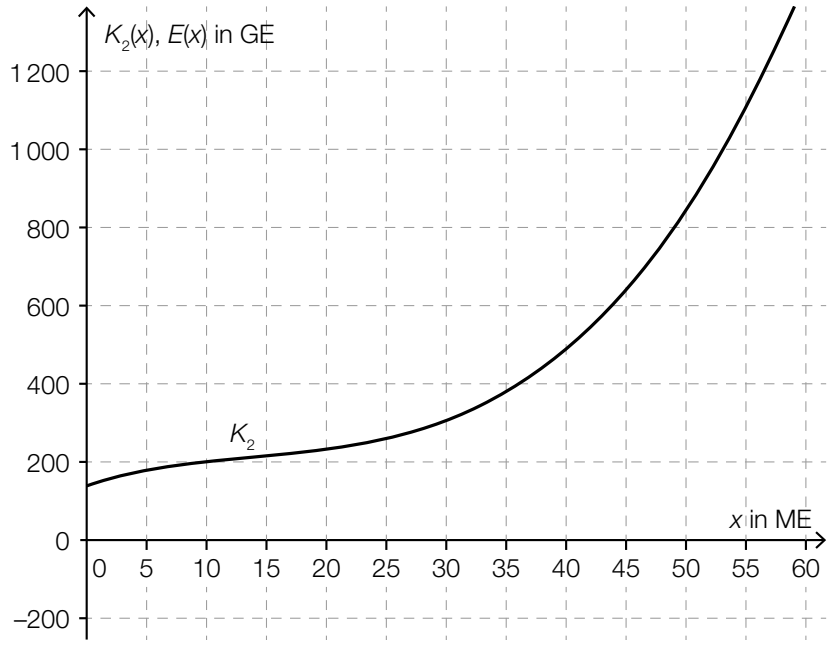
b) Ein Waschmaschinenhersteller ermittelt für die Produktion eines Waschmaschinenmodells die Kostenfunktion K_1 mit:

$K_1(x) = 0{,}1 \cdot x^2 + 5 \cdot x + 160$

x ... Mengeneinheiten (ME)
$K_1(x)$ ... Kosten bei einer Produktion von x ME in Geldeinheiten (GE)

– Berechnen Sie das Betriebsoptimum. (B)

In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der Kostenfunktion K_2 für die Produktion eines anderen Waschmaschinenmodells dargestellt.



Das Waschmaschinenmodell wird zu einem fixen Preis von 20 GE/ME verkauft.

– Zeichnen Sie den Graphen der Erlösfunktion E in der obigen Abbildung ein. (A)
– Lesen Sie die beiden Gewinngrenzen ab. (R)

Möglicher Lösungsweg:

(B): $\overline{K_1}(x) = \frac{K_1(x)}{x} = 0{,}1 \cdot x + 5 + \frac{160}{x}$

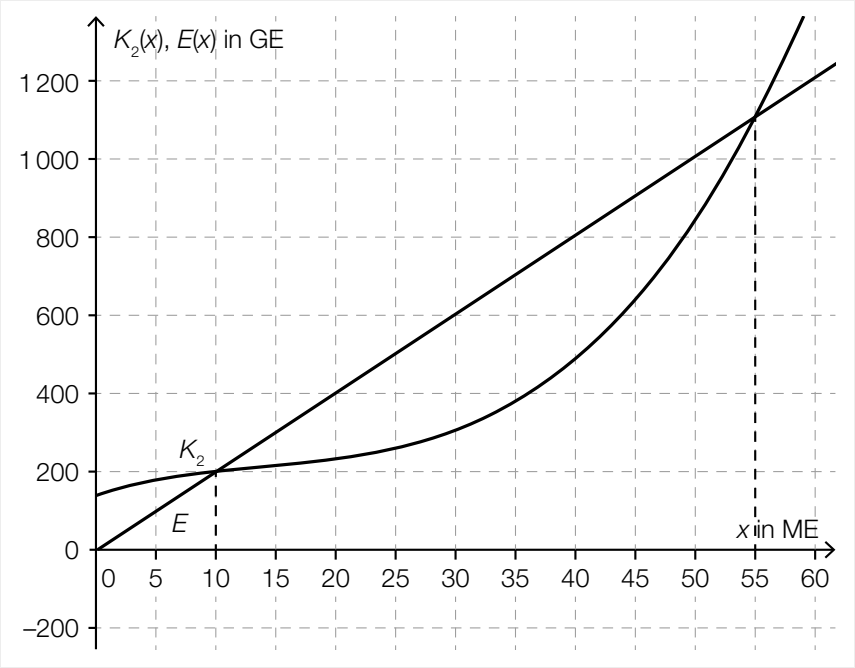
$\overline{K_1}'(x) = 0{,}1 - \frac{160}{x^2}$

$\overline{K_1}'(x) = 0$

$x = 40$

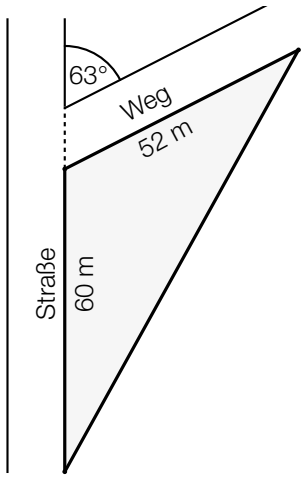
Das Betriebsoptimum liegt bei 40 ME.

(A):



(R): untere Gewinngrenze: 10 ME
obere Gewinngrenze: 55 ME, *Toleranzbereich: [53; 57]*

c) Ein dreieckiges Grundstück wird an einer Seite von einem Nachbargrundstück begrenzt. An einer Seite grenzt es an eine Straße und an der dritten Seite an einen Weg.

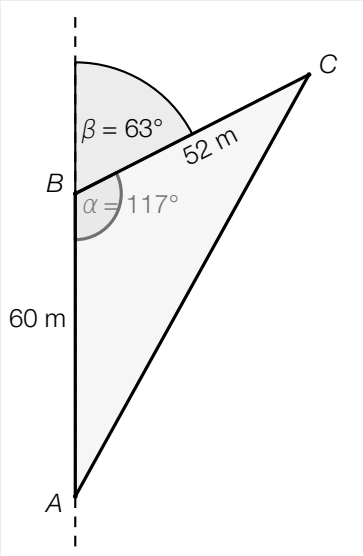


Das Grundstück soll vollständig umzäunt werden.

– Berechnen Sie die Länge des benötigen Zauns. (A, B)
– Zeigen Sie mithilfe der trigonometrischen Flächenformel, dass sich der Flächeninhalt *A* des Grundstücks vervierfacht, wenn alle Seitenlängen verdoppelt werden. (R)

Möglicher Lösungsweg:

(A, B):



$\alpha = 180° - 63° = 117°$

$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 - 2 \cdot \overline{AB} \cdot \overline{BC} \cdot \cos(\alpha)$

$\overline{AC} = 95{,}58\ldots \approx 95{,}6$

Zaunlänge: 60 + 52 + 95,58... = 207,58... ≈ 207,6

Der Zaun muss rund 207,6 m lang sein.

(R): Bei Verdoppelung aller Seitenlängen bleiben die Winkel gleich.

$$A = \frac{\overline{AB} \cdot \overline{BC} \cdot \sin(\alpha)}{2}$$

$$A_{neu} = \frac{2 \cdot \overline{AB} \cdot 2 \cdot \overline{BC} \cdot \sin(\alpha)}{2} = 4 \cdot A$$